Bernhard Szallies

Die relativistische Masse

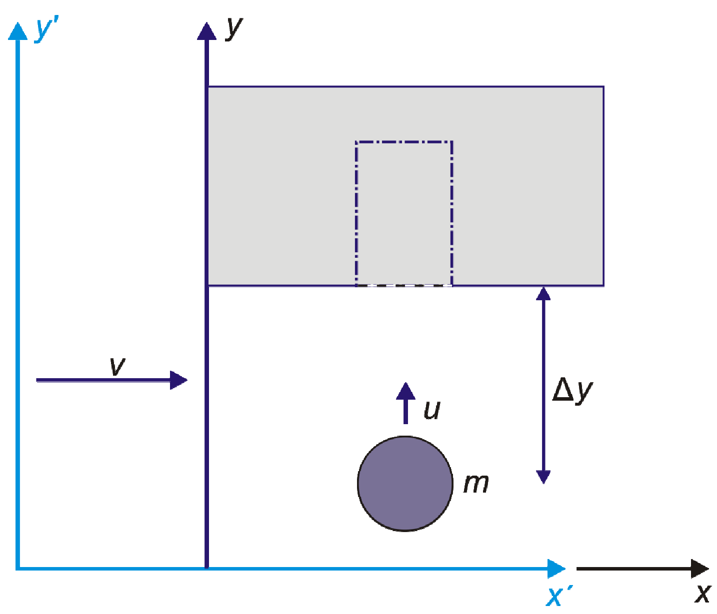
In der klassischen Mechanik wird davon ausgegangen, dass die Masse eines Körpers nicht von seiner Geschwindigkeit abhängt. Die Masse ist invariant gegenüber der Galilei-Transformation. Die Geschwindigkeit eines Körpers könnte nach den Gesetzen der klassischen Mechanik unbegrenzt wachsen. Der Geschwindigkeitszuwachs $\Delta v = a \cdot \Delta t$ wäre mit $a = F/m$ proportional zur Beschleunigungszeit: $\Delta v = F \cdot \Delta t/m$. Dies steht aber im Widerspruch zur Lichtgeschwindigkeit als Grenzgeschwindigkeit, nach der kein materieller Körper auf Lichtgeschwindigkeit gebracht werden kann.

Die Annahme einer mit der Geschwindigkeit eines Körpers wachsenden Masse gemäß $m \to \infty$ für $v \to c$ vermag diesen Widerspruch zu beseitigen. Wenn die Masse eines Körpers mit wachsender Geschwindigkeit über alle Grenzen wächst, wächst auch die zu einer weiteren Beschleunigung erforderliche Kraft und damit die Beschleunigungsarbeit über alle Grenzen.

Zahlreiche Experimente belegen, dass die Masse eines Körpers mit wachsender Geschwindigkeit zunimmt (relativistischer Massenzuwachs) und damit von der Wahl des Inertialsystems abhängt. Aus dem nachfolgenden Gedankenexperiment lässt sich der Zusammenhang $m = m(v)$ folgern.

Eine Kugel der Masse m bewege sich in einem Inertialsystem S mit kleiner Geschwindigkeit vom Betrag u parallel zur y-Achse. Nach dem Durchlaufen einer Strecke der Länge Δy in der Zeit Δt treffe sie senkrecht auf eine Wand aus Knetekitt und schlage in sie ein Loch bestimmter Tiefe. Die Kugel hat auf ihrem Weg den Impuls vom Betrag $p = m\,u$ und gibt diesen ganz an die Wand ab. Die Eindringtiefe ist ein Maß für den Impuls der Kugel.

Derselbe Vorgang werde von einem Inertialsystem S′ aus betrachtet, das sich gleichförmig mit einer Relativgeschwindigkeit vom Betrag $v >> u$ in Richtung der positiven x-Achse des Systems S bewegt. x- und x'-Achse sollen zusammenfallen, y- und y'-Achse seien parallel (s. Abb.).



Innerhalb des Systems S′ wird ein Beobachter die gleiche Eindringtiefe der Kugel in die Wand feststellen, da Strecken senkrecht zur Bewegungsrichtung keine Längenkontraktion erfahren. Danach hat die Kugel im System S′ den gleichen Impuls wie im System S: $p' = p$. Wegen der Zeitdilatation braucht die Kugel zum Durchlaufen der Strecke $\Delta y = \Delta y'$ für einen Beobachter in S′ aber die längere Zeit $\Delta t' = \Delta t \Big/ \sqrt{1-v^2/c^2}$ Für ihn hat die Kugel damit die kleinere Geschwindigkeit vom Betrag $u' = \Delta y'/\Delta t' = (\Delta y/\Delta t)\cdot\sqrt{1-v^2/c^2} = u\cdot\sqrt{1-v^2/c^2}$.
Wegen der Impulsgleichheit $p = p'$ bzw. $m\, u = m'\, u'$ mit
$m\cdot u = m'\cdot u' = m'\cdot u\cdot\sqrt{1-v^2/c^2}$ schließt der Beobachter in S′ auf eine größere Masse m' der Kugel gemäß $m' = m \Big/ \sqrt{1-v^2/c^2}$. Die Massenzunahme beruht offensichtlich darauf, dass in den gegeneinander bewegten Bezugssystemen die Zeit unterschiedlich abläuft. Da die Zeitdilatation von der Bewegungsrichtung unabhängig ist, tritt die Massenzunahme nicht nur senkrecht zur Bewegungsrichtung von S′ - wie in diesem Gedankenexperiment - sondern auch in Bewegungsrichtung auf.

Unter der Ruhemasse eines Körpers versteht man die Masse des körpers in dem System, in dem er ruht. Bezeichnet man die Ruhemasse eines Körpers mit m_0, so beträgt seine geschwindigkeitsabhängige relativistische Masse (auch dynamische Masse oder Impulsmasse genannt)

$$m = m(v) = \gamma\cdot m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Ruht der Körper ($v = 0$), so folgt wegen $\gamma = 1$ aus obiger Beziehung die Ruhemasse $m(0) = m_0$.

Für $v \ll c$ ist (wegen $\gamma \approx 1$) $m(v) \approx m_0$ (Bereich der klassischen Mechanik). Faustregel: Der relativistische Massenzuwachs sollte für $v > 0{,}1\, c$ berücksichtigt werden.

Für $v \to c$ geht nach obiger Formel $\sqrt{1-v^2/c^2} \to 0$ bzw. $\gamma \to \infty$ und damit $m \to \infty$. Dies ist die dynamische Erklärung für die Lichtgeschwindigkeit als Grenzgeschwindigkeit. Da die Masse eines Körpers mit wachsender Geschwindigkeit über alle Grenzen wächst, wächst auch die zu einer weiteren Beschleunigung erforderliche Kraft und damit die Beschleunigungsarbeit über alle Grenzen.

Bei den Geschwindigkeiten makroskopischer Körper ist der relativistische Massenzuwachs praktisch ohne Bedeutung, anders als in der Teilchenphysik, in der Geschwindigkeiten nahe der Lichtgeschwindigkeit häufig auftreten. Bringt man ein Elektron oder Proton in einem Teilchenbeschleuniger auf 90 %

der Lichtgeschwindigkeit, so hat sich seine Masse mehr als verdoppelt, bei 99 % der Lichtgeschwindigkeit ist sie mehr als siebenmal so groß wie die Ruhemasse.

Die Formel für die relativistische Masse steht mit vielfältigen Messergebnissen voll im Einklang. Experimente von Kaufmann (1901, 1906) und Bucherer (1909) haben ergeben, dass der Betrag der spezifischen Ladung von Elektronen e/m_e bei sehr hoher Geschwindigkeit (mehr als etwa 10 % der Vakuumlichtgeschwindigkeit mit $c = 3 \cdot 10^8$ m/s) mit wachsender Geschwindigkeit deutlich abnimmt. Bei konstanter, geschwindigkeitsunabhängiger Ladung des Elektrons (in andersartigen Versuchen nachgewiesen) kann das nur an einer mit der Geschwindigkeit anwachsenden Masse der Elektronen liegen. Es zeigte sich, dass die aus den Experimenten gefolgerte Massenzunahme der einsteinschen Vorhersage genügte. Dies war die erste experimentelle Bestätigung von Aussagen der speziellen Relativitätstheorie.

Für Elektronen mit $m_0 = 9{,}1093897 \cdot 10^{-31}$ kg seien einige gerundete Werte für die relativistische Masse m aufgeführt, wobei v in Bruchteilen der Vakuumlichtgeschwindigkeit c angegeben ist:

v in c	0,01	0,10	0,50	0,90	0,99	0,999
m in 10^{-31} kg	9,11	9,16	10,5	20,9	64,6	203,8

Mehr zur speziellen Relativitätstheorie in: Szallies, Physik 2, Auer-Verlag